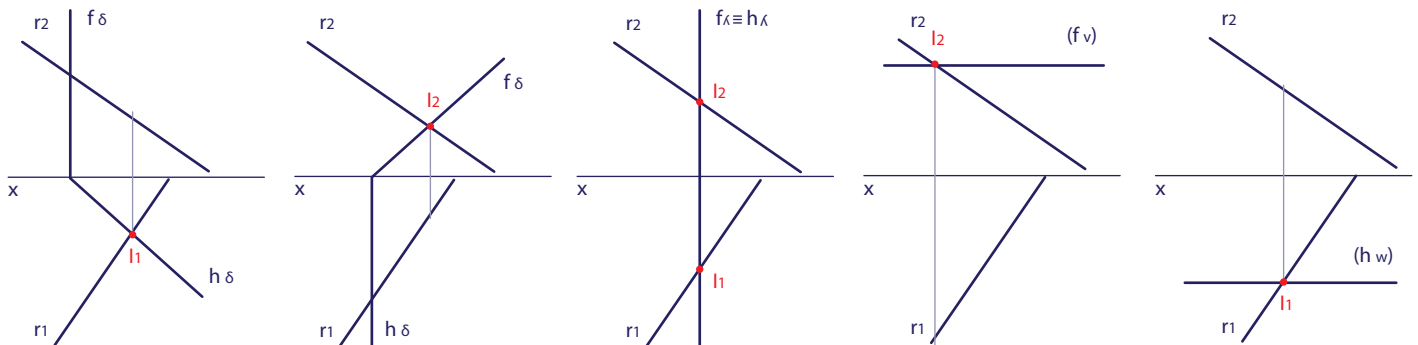


INTERSEÇÃO DE RETAS COM PLANOS

Na interseção de retas com planos debes distinguir entre duas situações possíveis.

- O plano dado é projetante (vertical, topo, de perfil, horizontal ou frontal).

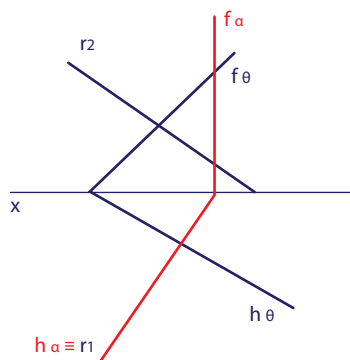
Para resolveres estes problemas de interseções de retas com planos projetantes, só tens de verificar onde é que o plano é projetante (no Plano Frontal ou no Plano Horizontal de Projeção), para encontrares l_1 ou l_2 .



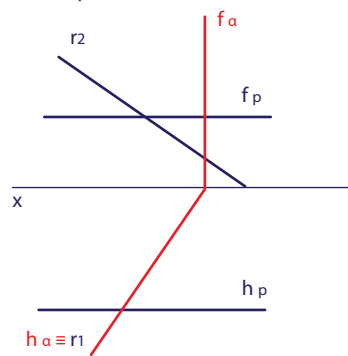
- O plano dado não é projetante (obliquo, de rampa ou de passante). Tens de usar o Método Geral de Interseção de Retas com Planos.

1 - Pela reta dada, conduz um plano auxiliar projetante (passa na cota ou no afastamento da reta).

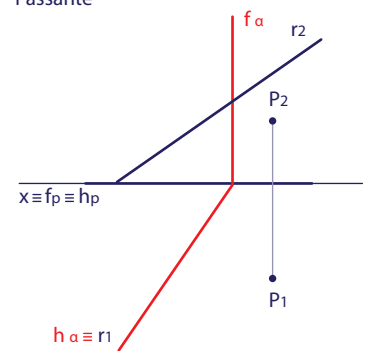
Obliquo



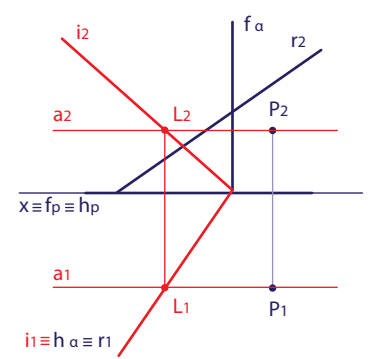
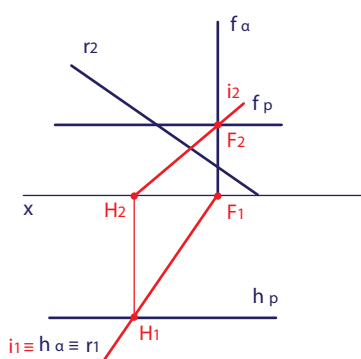
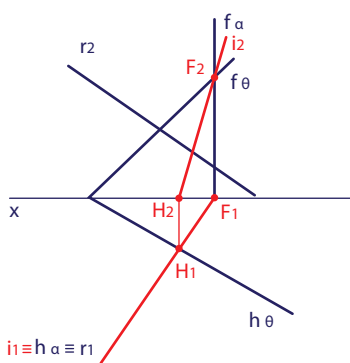
De rampa



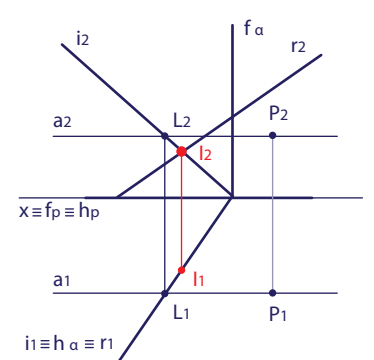
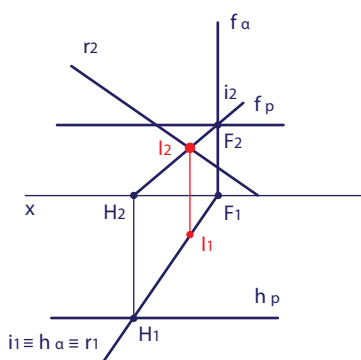
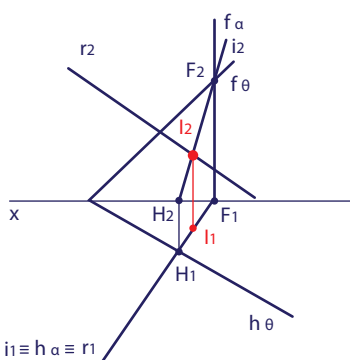
Passante



2 - Determina a reta i , de interseção do plano dado com o plano auxiliar projetante



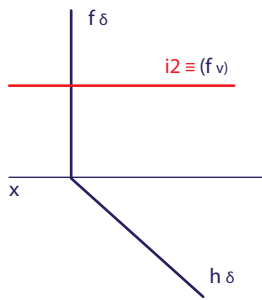
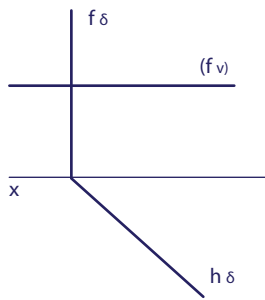
3 - Determina o ponto l , na interseção da reta dada com a reta i



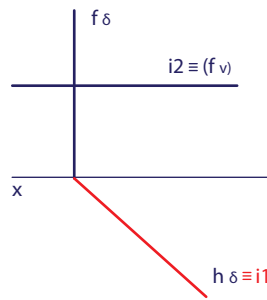
INTERSEÇÃO DE PLANOS

Na interseção de dois planos debes analisar os planos dados.

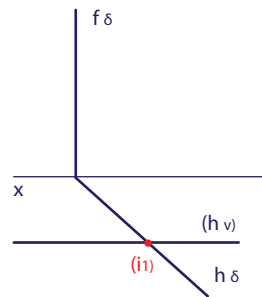
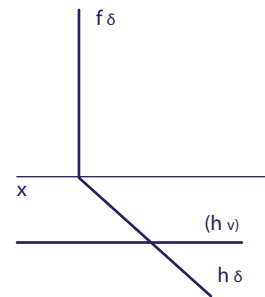
1 - Se os dois planos forem projetantes, de imediato, determinas as projeções da reta i ;



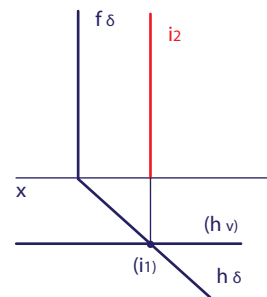
Como o plano horizontal é projetante no Plano Frontal, $i2$ fica coincidente com o traço frontal do plano.



Como o plano vertical é projetante no Plano Horizontal, $i1$ fica coincidente com o traço horizontal do plano.



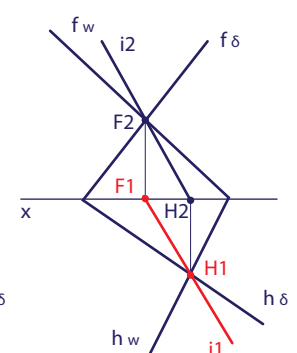
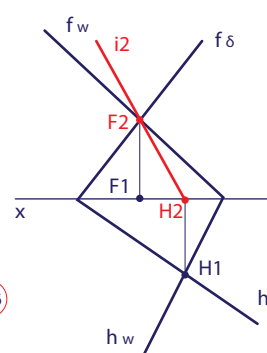
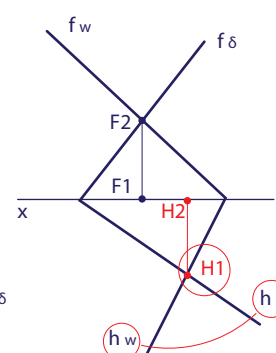
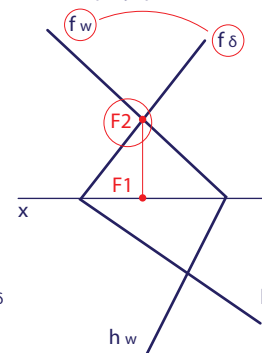
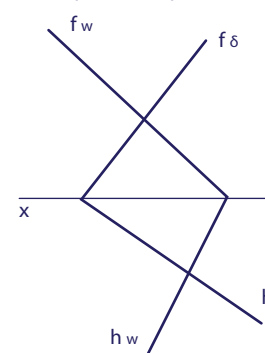
Como os dois planos são projetantes no Plano Horizontal, $i1$ não pode estar coincidente com os traços horizontais dos dois planos, em simultâneo. Por isso, $i1$ é um ponto que se encontra na interseção dos dois traços horizontais.



Como a projeção horizontal da reta i parece um ponto, é porque se trata de uma reta vertical. Assim, $i2$ fica paralela ao traço frontal do plano vertical.

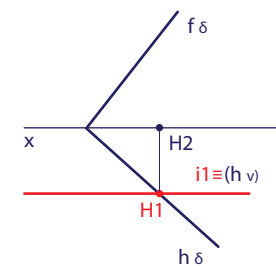
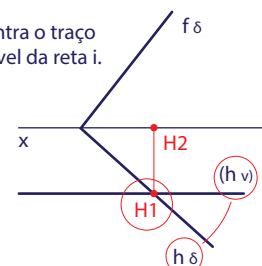
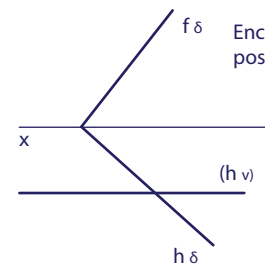
2 - Se um ou os dois planos não forem projetantes, tens de ver se é possível encontrar os traços (F e H) da reta i .

Se for possível, a partir deles desenha as projeções da reta i ;

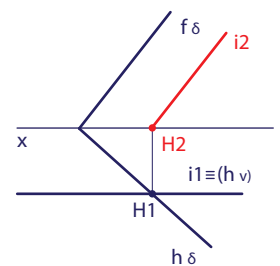


3 - Se só conseguires encontrar um dos traços (F ou H), é porque estás perante uma de duas situações:

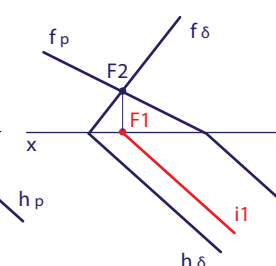
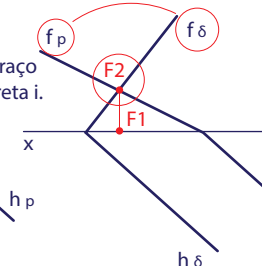
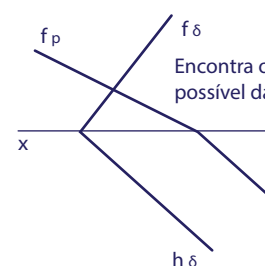
- Um dos planos é horizontal ou frontal;



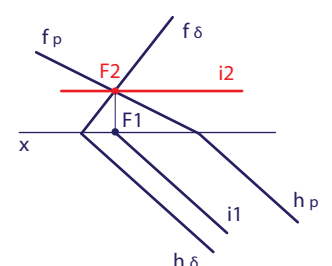
Como um dos planos é horizontal, projetante no Plano Horizontal, $i1$ passa por $H1$ e está coincidente com o traço horizontal do plano. Trata-se de uma reta frontal. $i2$ passa por $H2$ e é paralela ao traço frontal do plano oblíquo.



- Ou tens dois planos em que os traços horizontais ou frontais são paralelos.



$i1$ passa por $F1$ e é paralela aos traços horizontais dos dois planos porque, estes, são paralelos entre si. Trata-se de uma reta horizontal. $i2$ passa por $F2$ e é paralela ao eixo x .

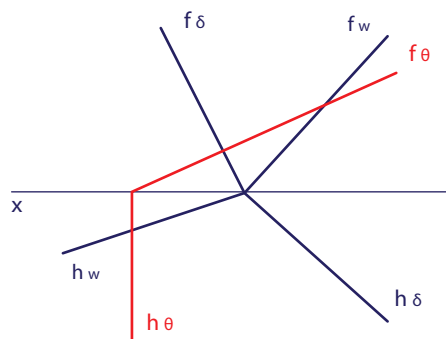


4 - Casos especiais:

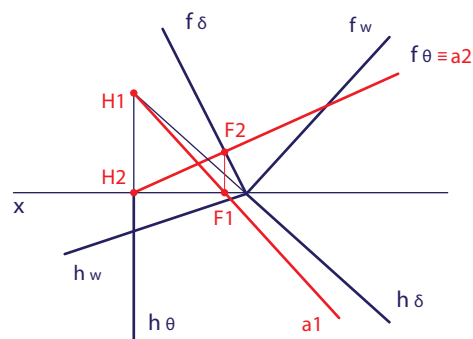
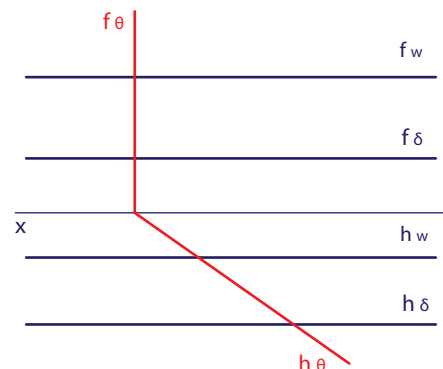
- dois planos que se intersectam no mesmo ponto no eixo x;
- dois planos com os traços paralelos ao eixo x.

MÉTODO

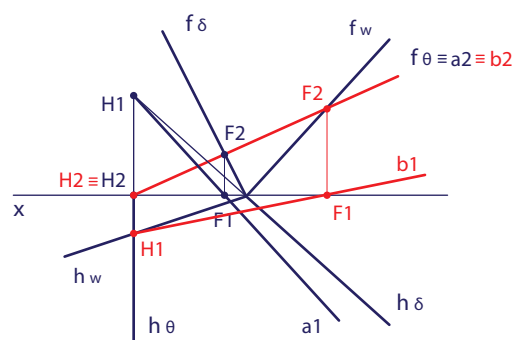
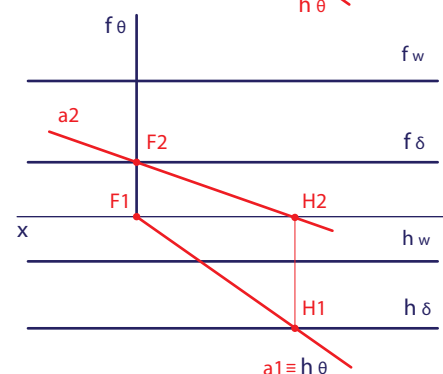
- 1 - Desenha um plano auxiliar projetante que se cruze com os dois planos dados;
- 2 - Determina as projeções das retas a e b, de interseção do plano auxiliar com os outros dois planos;
- 3 - Quando as retas a e b se intersectarem, encontra um ponto;
- 4 - A partir desse ponto, desenha as projeções da reta i, de acordo com a situação apresentada.



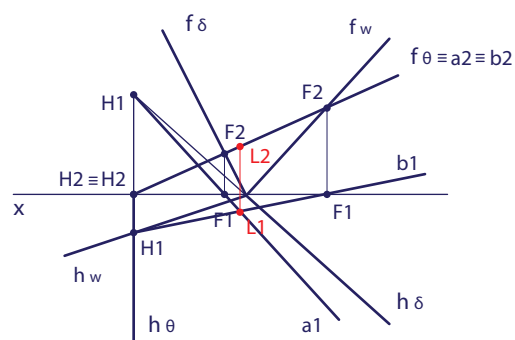
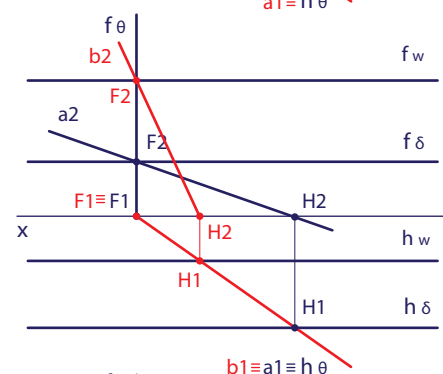
- 1 - Desenha um plano auxiliar projetante que se cruze com os dois planos dados;



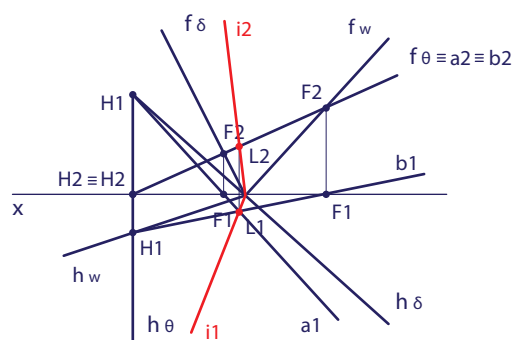
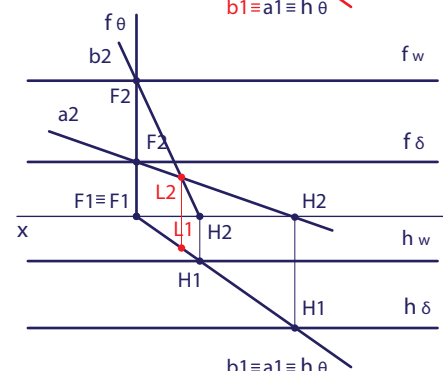
- 2 - Determina as projeções da reta a, de interseção do plano auxiliar com um dos dois planos dados...



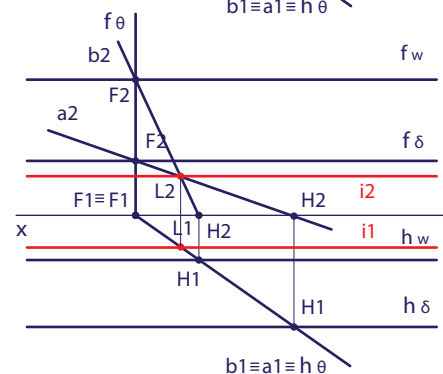
- ... e as projeções da reta b, de interseção do plano auxiliar com o outro plano dado;



- 3 - Quando as retas a e b se intersectarem, encontra um ponto;

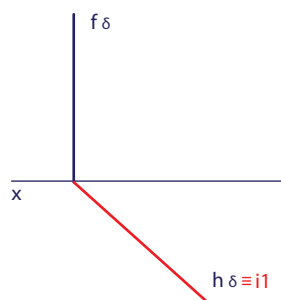


- 4 - A partir desse ponto, desenha as projeções da reta i, de acordo com a situação apresentada.
Se os planos se cruzarem no eixo x, a reta i começa nesse ponto.
Se os planos tiverem os traços paralelos ao eixo x, a reta i é fronto-horizontal.

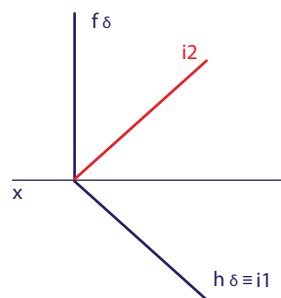


INTERSEÇÃO DE UM PLANO COM OS PLANOS BISSETORES (B 1/3 E B 2/4)

Planos projetantes com o B 1/3

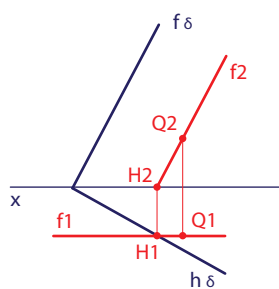


Como o plano é projetante no Plano Horizontal, $i1$ fica coincidente com o traço horizontal do plano.

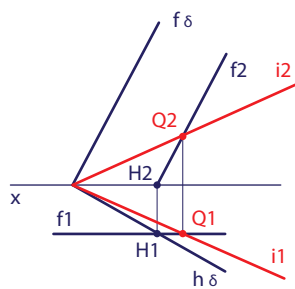


Como a reta é do B 1/3, é passante e faz, em projeção frontal o mesmo ângulo que em projeção horizontal.

Planos oblíquos com o B 1/3

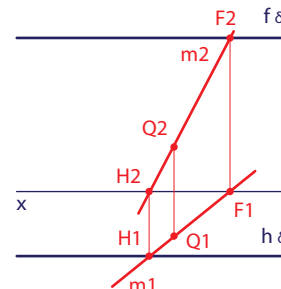


Para desenhar as projeções da reta i , precisas de um ponto do B 1/3. Para obteres esse ponto, precisas de uma reta do plano (horizontal ou frontal).

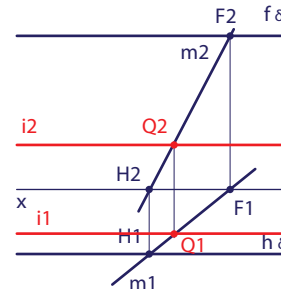


Como os traços do plano oblíquo intersectam o eixo x , as projeções da reta i começam nesse ponto e passam no ponto Q , do B 1/3.

Planos de rampa com o B 1/3

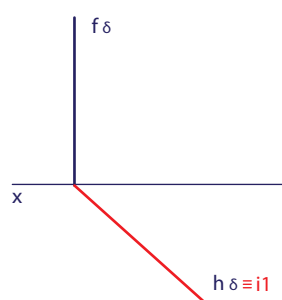


Para desenhar as projeções da reta i , precisas de um ponto do B 1/3. Para obteres esse ponto, precisas de uma reta do plano (oblíqua).

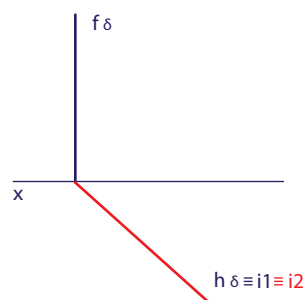


Como os traços do plano de rampa são paralelos ao eixo x , a reta i é fronto-horizantal e passa no ponto Q , do B 1/3.

Planos projetantes com o B 2/4

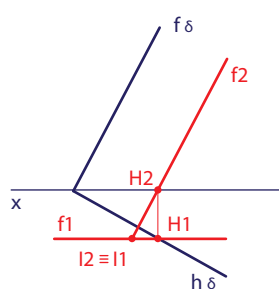


Como o plano é projetante no Plano Horizontal, $i1$ fica coincidente com o traço horizontal do plano.

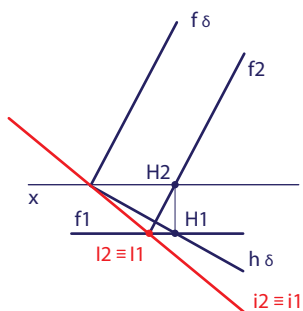


Como a reta é do B 2/4, é passante e tem as projeções coincidentes.

Planos oblíquos com o B 2/4

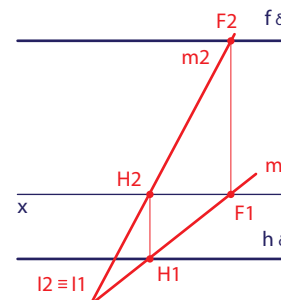


Para desenhar as projeções da reta i , precisas de um ponto do B 2/4. Para obteres esse ponto, precisas de uma reta do plano (horizontal ou frontal).

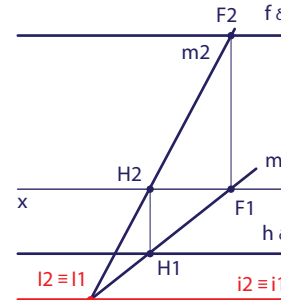


Como os traços do plano oblíquo intersectam o eixo x , as projeções da reta i começam nesse ponto e passam no ponto I , do B 2/4.

Planos de rampa com o B 2/4



Para desenhar as projeções da reta i , precisas de um ponto do B 2/4. Para obteres esse ponto, precisas de uma reta do plano (oblíqua).



Como os traços do plano de rampa são paralelos ao eixo x , a reta i é fronto-horizantal e passa no ponto I , do B 2/4.

INTERSEÇÃO DE RETAS COM PLANOS

Na interseção de retas com planos, o objetivo é determinar as projeções do ponto I.

INTERSEÇÃO DE RETAS COM PLANOS PROJETANTES (vertical, topo, horizontal, frontal e de perfil).

Se o plano for projetante, o ponto I encontra-se de imediato, quando a reta dada se cruzar com o traço do plano, onde é projetante.

INTERSEÇÃO DE RETAS COM PLANOS NÃO PROJETANTES (oblíquo, de rampa e passante).

Se o plano não for projetante, para encontrar o ponto I, deves utilizar o método geral de interseção de retas com planos:

- 1 – Pela reta conduz um plano auxiliar projetante;
- 2 – Determina a reta i , de interseção dos dois planos (encontra os traços da reta i nos dois planos – F e H);
- 3 – Quando a reta i se cruzar com a reta dada, encontra uma das projeções do ponto I;
- 4 – A partir daí, encontra a outra coordenada.

INTERSEÇÃO DE PLANOS

Na interseção de dois planos, o objetivo é determinar as projeções da reta i .

- Se estiveres perante dois planos projetantes, a solução é imediata. Basta perceberes onde é que os planos são projetantes.
- As situações seguintes são aquelas em que, pelo menos, um dos planos não é projetante. Sempre que seja possível, deverás determinar os traços (F e H) da reta de interseção dos dois planos.
- Quando tal não for possível, deverás analisar os planos e verificar se algum é projetante (Se for, já sabes que esse plano concentra sobre um dos traços, uma das projeções da reta i) ou se os traços horizontais ou frontais dos dois planos são paralelos entre si (Nesses casos, a reta i é horizontal ou frontal porque uma das projeções tem de ser paralela aos traços dos planos que são paralelos).
- Se estiveres perante uma situação em que a interseção dos dois planos coincida num mesmo ponto com o eixo x ou pretenderes determinar a interseção de dois planos de rampa, rampa e passante, rampa e horizontal ou frontal ou um qualquer destes planos com o B $1/3$ ou o B $2/4$, (de traços paralelos ou coincidentes com o eixo x):
 - deverás utilizar um terceiro plano auxiliar, projetante, que ajude a resolver o problema;
 - esse terceiro plano, intersesta-se com os outros dois, dando origem a duas retas que se cruzam num ponto;
 - é a partir desse ponto que terás de desenhar a reta i , de interseção dos dois planos dados.

EXERCÍCIOS

1 – É dada uma reta a , oblíqua e um plano ψ .

Dados:

- a reta contém o ponto P (-2; 4; 1), tem as suas projeções paralelas entre si e o seu traço frontal tem 2 de abcissa;
 - o plano ψ é de topo, corta o eixo X num ponto com 2 de abcissa e faz um ângulo de 45° (a. d.).
- Determina as projeções do ponto de interseção da reta com o plano.

2 – É dada uma reta m fronto-horizontal e um plano oblíquo δ .

Dados:

- o plano δ tem os seus traços coincidentes e o seu traço frontal faz um ângulo de 50° (a. d.);
 - a reta m é do $\beta 1/3$ e a projeção horizontal tem 4 de afastamento.
- Determina as projeções do ponto I, de interseção da reta m com o plano δ .

3 – É dado um plano de rampa, ρ , cujos traços frontal e horizontal têm, respetivamente, 7 de cota e 3 de afastamento.

Determina as projeções das retas de interseção do plano com o $B\ 1/3$ e com o $B\ 2/4$.

De que retas se trata?

4 - Determina as projeções da reta de interseção de dois planos, α e θ .

Dados:

- o plano α é oblíquo e está definido pelas retas r e s , concorrentes em $P(-1; 2; 4)$;
- as projeções da reta r são paralelas entre si e a projeção horizontal faz um ângulo de 30° (a. e.) com o eixo X ;
- as projeções da reta s fazem, com o eixo X , ângulos de 45° (a. d.) e 60° (a. d.), respetivamente, a projeção horizontal e a frontal;
- o plano θ é frontal e tem 4 de afastamento.

5 - Determina as projeções da reta i , de interseção de dois planos oblíquos, γ e ρ .

Dados:

- os traços dos dois planos intersectam-se no mesmo ponto do eixo x ;
- os traços do plano ρ fazem ângulos de 40° (a. d.) e 60° (a. e.), respetivamente, o traço frontal e o traço horizontal;
- os traços do plano γ estão coincidentes e o traço frontal faz um ângulo de 45° (a. e.).

6 – São dados uma reta oblíqua, r , e um plano horizontal, ν .

Dados:

- a reta está contida no $B\ 1/3$ e a sua projeção horizontal faz um ângulo de 45° (a. d.) com o eixo x ;
- o plano ν tem 3 de cota.

Determina as projeções do ponto de interseção da reta com o plano.

7 – Determina as projeções da reta de interseção de um plano de topo, φ , com um plano de rampa, ρ .

Dados:

- o plano de topo faz um ângulo de 45° (a. e.) e contém o ponto $A(0; 3; 4)$;
- o plano de rampa contém o ponto $M(2; 5; 2)$ e o seu traço frontal tem 5 de cota.

8 – Um plano está definido por duas retas concorrentes, r e f .

Dados:

- a reta r é oblíqua e contém o ponto $A(1; 3)$;
- as projeções frontal e horizontal da reta fazem, com o eixo X , ângulos de 30° (a. e.) e 60° (a. d.), respetivamente.
- a reta f é frontal e é concorrente com r num ponto P com 4 de afastamento, e faz um ângulo de 60° (a. d.).

Determina as projeções das retas de interseção do plano com o $B\ 1/3$ e com o $B\ 2/4$.

9 – Um plano φ está definido pelos seus traços que fazem ângulos de 45° (a. e.) e 35° (a. e.), respetivamente, o traço frontal e o traço horizontal.

Determina as projeções das retas de interseção do plano com o $B\ 1/3$ e com o $B\ 2/4$.

De que retas se trata?

10 – Determina as projeções do ponto I , de interseção do plano ρ com a reta m .

Dados:

- o plano ρ é passante e contém o ponto $P(3; 6; 4)$;
- a reta m tem as projeções paralelas entre si, faz, em projeção horizontal, um ângulo de 40° (a. d.) e contém o ponto $M(-1; 1; 6)$.

11 – Determina as projeções da reta m contida no plano δ .

Dados:

- o plano δ é definido pelo ponto $M(1; 3; 5)$ e pela reta fronto-horizontal g ;
- a reta g está contida no $B\ 1/3$ e a projeção horizontal tem 6 de afastamento;
- a reta m é definida pelos pontos R e S , resultantes da interseção, respetivamente, das retas r e s com o plano δ ;
- a reta r é de perfil, contém o ponto K do eixo x , com -6 de abcissa, e está contida no $B\ 2/4$;
- a reta s é vertical, tem zero de abcissa e 3 de afastamento.

12 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos φ e p .

Dados:

- o plano p é de rampa tem os traços coincidentes e o seu traço horizontal tem -6 de afastamento;
- o plano φ é frontal e o seu traço tem 4 de afastamento.

13 – Determina as projeções da figura geométrica, resultante da interseção dos planos α , ω e v .

Dados:

- o plano α é oblíquo e tem os traços coincidentes;
- o traço frontal do plano α intersesta o eixo x num ponto com -1 de abcissa e faz um ângulo de 45° (a. e.);
- o plano ω é vertical, faz um ângulo de 45° (a. d.) e contém o ponto $A(4; 4; 2)$;
- o plano v é horizontal e o seu traço tem 6 de cota.

14 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos φ , v e p .

Dados:

- o plano φ é oblíquo e tem os traços simétricos em relação ao eixo x ;
- o traço frontal do plano φ intersesta o eixo x num ponto com -5 de abcissa e faz um ângulo de 45° (a. e.);
- o plano v é horizontal e tem 4 de cota;
- o plano p é de rampa e os seus traços têm 6 de cota e 3 de afastamento.

15 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos ω , α e v .

Dados:

- o plano ω é de rampa, contém o ponto $M(2; 4; 2)$ e o seu traço frontal tem 5 de cota;
- o plano α é frontal e o seu traço horizontal tem 9 de afastamento;
- o plano v é horizontal e o seu traço frontal tem 3 de cota.

16 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos α e ω .

Dados:

- o plano α é vertical, contém o ponto $S(2; 4; 5)$ e faz um ângulo de 55° (a. d.);
- o plano ω é horizontal e contém o ponto $A(-2; 4; 4)$.

17 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos de topo, φ e α .

Dados:

- o plano φ intersesta o eixo x num ponto com abcissa nula e faz um ângulo de 60° (a. d.);
- o plano α intersesta o eixo x num ponto com 3 de abcissa e faz um ângulo de 40° (a. d.).

18 – Determina as projeções da reta i , de interseção dos planos oblíquos, φ e α .

Dados:

- o plano φ intersesta o eixo x num ponto com abcissa nula e o seu traço frontal faz um ângulo de 60° (a. d.);
- o plano φ tem os traços perpendiculares entre si;
- o plano α intersesta o eixo x num ponto com 3 de abcissa e o seu traço frontal faz um ângulo de 30° (a. d.);
- o traço horizontal do plano α é paralelo ao traço horizontal do plano φ .

19 – Determina os traços, nos planos de projeção, dos planos, φ e α .

Dados:

- a reta i é a reta de interseção dos dois planos;
- o traço frontal da reta i , tem abcissa nula e 5 de cota;
- a projeção frontal da reta i faz um ângulo de 60° (a. d.) e o seu traço horizontal tem -2 de afastamento;
- a reta i é a reta de maior inclinação do plano φ ;
- o plano α contém o ponto $N(-4; 6; -2)$.

20 – Determina os traços, nos planos de projeção, do plano, φ , ortogonal ao $B \frac{2}{4}$.

Dados:

- a reta i é a reta de interseção dos planos φ e α ;
- a reta i , paralela ao $B \frac{2}{4}$, contém o ponto $L(-3; 8; -3)$, a sua projeção frontal faz um ângulo de 55° (a. e.);
- o plano α é de rampa.