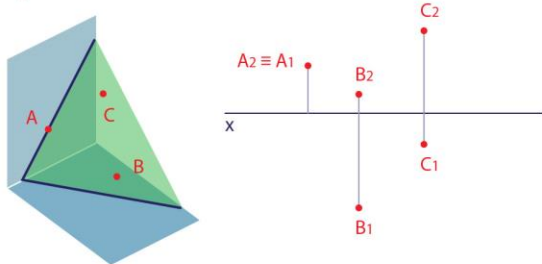


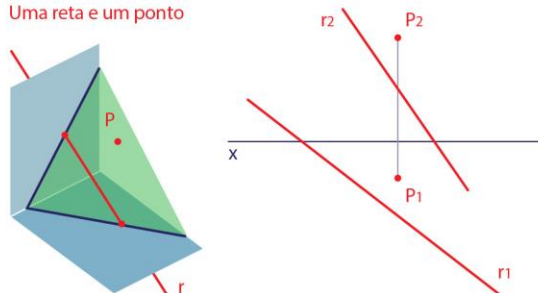
DEFINIÇÃO DO PLANO

Um plano pode estar definido por:

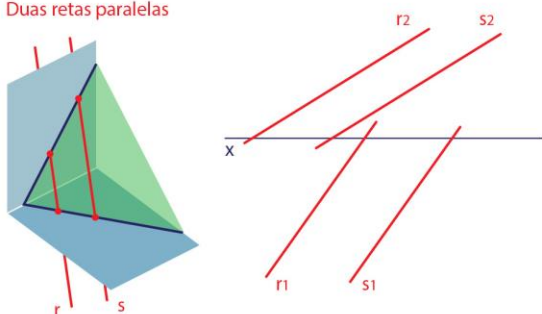
3 pontos



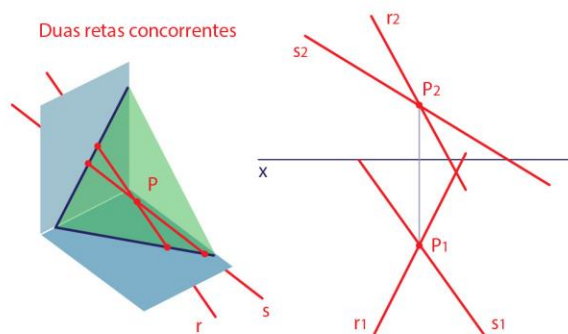
Uma reta e um ponto



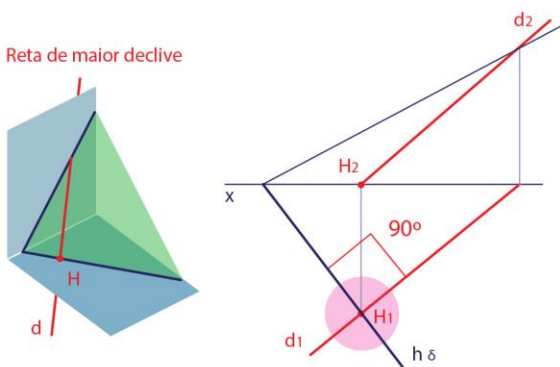
Duas retas paralelas



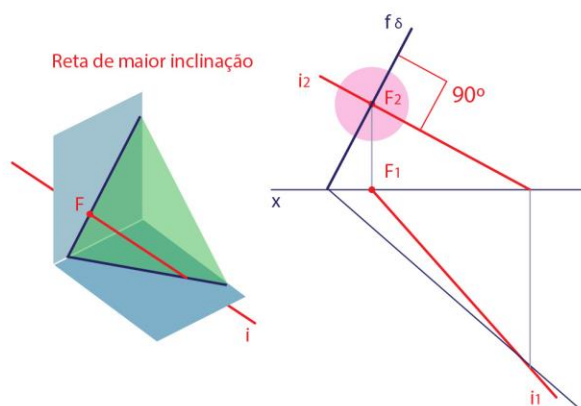
Duas retas concorrentes



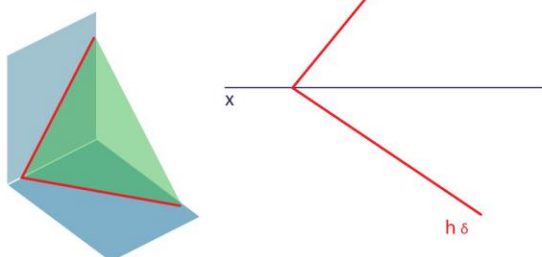
Reta de maior declive



Reta de maior inclinação



Pelos traços



Se o plano estiver definido por:

- 3 pontos;
- uma reta e um ponto;
- duas retas paralelas;
- duas retas concorrentes;
- uma reta de maior declive;
- uma reta de maior inclinação;
- uma reta qualquer;

para determinares os traços do plano que contém esses elementos, tens de seguir o caminho:

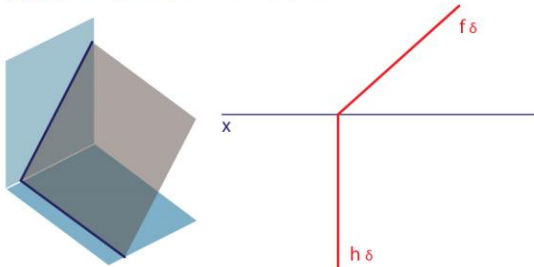
Ponto Reta Traços da reta Traços do plano.

ALFABETO DO PLANO

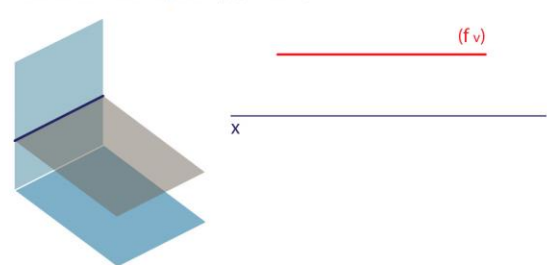
Os planos podem ser:

- PROJETANTES FRONTAIS - Perpendiculares ao Plano Frontal de Projeção

Topo - Retas do plano: topo; frontal; oblíqua; passante

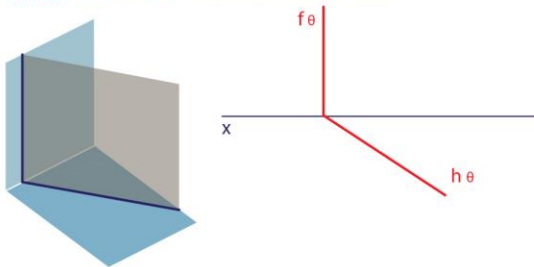


Horizontal - Retas do plano: topo; horizontal; fronto-horizontal

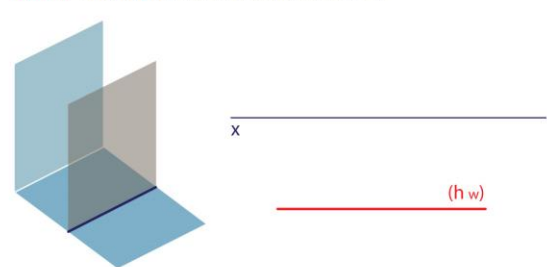


- PROJETANTES HORIZONTAIS - Perpendiculares ao Plano Horizontal de Projeção

Vertical - Retas do plano: vertical; horizontal; oblíqua; passante

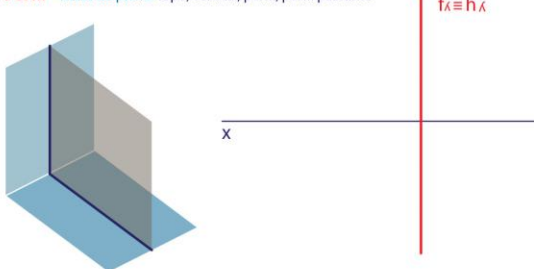


Frontal - Retas do plano: vertical; frontal; fronto-horizontal



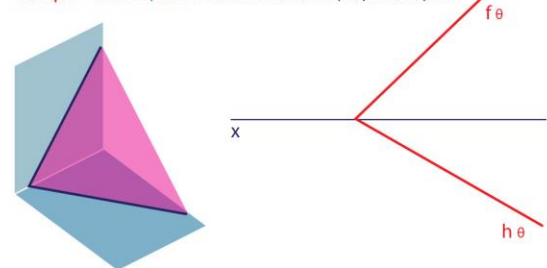
- DUPLAMENTE PROJETANTE - Perpendicular aos dois planos de Projeção

Perfil - Retas do plano: topo; vertical; perfil; perfil passante

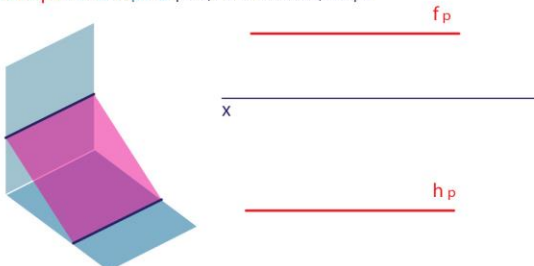


- NÃO PROJETANTES

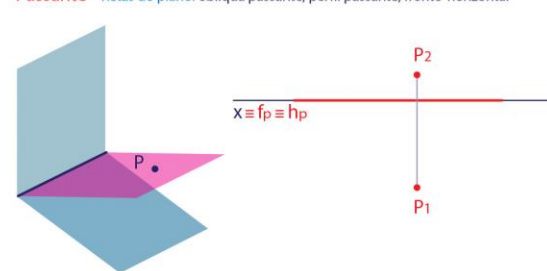
Oblíquo - Retas do plano: frontal; horizontal; oblíqua; passante; perfil



Rampa - Retas do plano: perfil; fronto-horizontal; oblíqua



Passante - Retas do plano: oblíqua passante; perfil passante; fronto-horizontal



PLANO

Em Geometria, um plano pode ser definido de sete formas possíveis.

Para chegares aos traços do plano tens de seguir um percurso:

PONTO;

RETA;

TRAÇOS DA RETA (F e H);

e só depois é que desenhavas os **TRAÇOS DO PLANO** pedido.

Se o plano for projetante podes ir diretamente do elemento que te derem para os traços do plano. Basta saberes que, ao ser projetante, o plano concentra sobre um dos seus traços todas as cotas ou afastamentos, porque é perpendicular a um dos planos de projeção.

O plano de perfil é duplamente projetante, quer dizer que é perpendicular, ao mesmo tempo, aos dois planos de projeção. Todas as cotas e afastamentos ficam coincidentes com os traços do plano.

Se não for projetante é oblíquo, de rampa ou passante.

Nestes casos tens de seguir o percurso, desde o elemento que te derem até chegares aos traços do plano pedido.

EXERCÍCIOS

1 – É dado um plano α , definido pelas retas m e n.

Dados:

- as retas m e n são concorrentes no ponto N (- 2; 4; 6);
- a projeção frontal da reta m faz um ângulo de 55° (a. e.) e o seu traço no B $1/3$ tem - 2 de cota;
- a reta n é frontal e faz um ângulo de 30° (a. e.).

Desenha as projeções da reta horizontal, h com 4 de cota e que pertence ao plano.

2 – É dado um plano δ , definido pelas retas a e b.

Dados:

- as retas a e b são paralelas;
- a reta a contém o ponto S (3; - 3; 5), tem as projeções perpendiculares entre si e a projeção frontal faz um ângulo de 45° (a. e.);
- a reta b contém o ponto I, do B $2/4$ com - 3 de abcissa e 3 de cota.

Desenha as projeções da reta m, do plano, paralela às retas a e b, sabendo que o seu traço horizontal tem - 5 de abcissa.

3 – É dado um plano α , definido pelas retas h e f.

Dados:

- as retas h e f são concorrentes no ponto L (- 1; 5; 2);
- a reta h é horizontal e faz um ângulo de 70° (a. e.);
- a reta f é frontal e faz um ângulo de 50° (a. d.).

Desenha as projeções da reta s, do plano, paralela à reta h e concorrente com a reta f num ponto com 6 de cota.

4 – É dado um plano ω , definido pelas retas b e c.

Dados:

- as retas b e c são concorrentes no ponto P (1; 4; 7);
- a reta b é fronto-horizontal;
- a projeção frontal da reta c faz um ângulo de 55° (a. d.) e o seu traço horizontal tem - 2 de afastamento.

Desenha as projeções da reta m, do plano, concorrente com as retas b e c no ponto P. A projeção horizontal da reta m faz um ângulo de 20° (a. e.).

5 – É dado um plano φ , definido pelas retas p e d.

Dados:

- a reta p é de perfil e contém os pontos R (- 2; 3; 6) e o ponto S, do B $1/3$ com 4 de cota;
- a reta d é concorrente com a reta p no ponto S e contém o ponto A (- 7; 6; 2).

Desenha as projeções da reta g, do plano, concorrente com a reta d num ponto com 3 de cota. A projeção frontal da reta g faz um ângulo de 35° (a. d.).

6 – É dado um plano β , definido pelas retas m e n.

Dados:

- as retas m e n são concorrentes no ponto R (2; 4; - 2);
- a projeção frontal da reta m faz um ângulo de 50° (a. d.);
- a reta m contém o ponto T (6; 4);
- a reta n é frontal e faz um ângulo de 30° (a. d.).

Desenha as projeções do ponto B do B 1/3 com 5 de cota que pertence ao plano.

7 – É dado um plano ψ , definido pelas retas h e f.

Dados:

- a reta h é horizontal, contém o ponto E (- 3; 1; 5) e faz um ângulo de 55° (a. e.);
- a reta f é frontal, tem 1 de afastamento e faz um ângulo de 25° (a. e.).

Desenha as projeções dos pontos G (- 3; 7) e P (4; 7), do plano.

8 – É dado um plano δ , definido pelas retas a e b.

Dados:

- as retas a e b são paralelas;
- a reta a contém o ponto S (3; - 3; 5), tem as projeções perpendiculares entre si e a projeção frontal faz um ângulo de 45° (a. e.);
- a reta b contém o ponto I, do B 2/4 com - 3 de abscissa e 3 de cota.

Determina as projeções das retas i e i', de interseção do plano δ com os planos de projeção.

9 – É dado um plano π , definido por duas retas frontais paralelas, f e f'.

Dados:

- o traço horizontal da reta f tem 4 de abscissa e 6 de afastamento;
- a reta f faz um ângulo de 45° (a. d.);
- a reta f' contém o ponto M (- 1; 4; 2).

Determina as projeções das retas i e i', de interseção do plano π com os planos bissetores.

10 – É dado um plano ω , definido pelas retas b e c.

Dados:

- as retas b e c são concorrentes no ponto P (1; 4; 5);
- a reta b é fronto-horizontal;
- a projeção frontal da reta c faz um ângulo de 45° (a. d.) e o seu traço horizontal tem - 5 de afastamento.

Determina as projeções das retas i e i', de interseção do plano ω com os planos bissetores.

11 – É dado um plano φ , definido pelas retas de topo, t e t'.

Dados:

- a reta t contém o ponto A (3; - 2; 7);
- a reta t' contém o ponto B (- 2; 4; 3);

Determina as projeções das retas i e i', de interseção do plano φ com os planos bissetores.

12 – É dado um plano ψ , definido pelas retas verticais, v e v'.

Dados:

- a reta v contém o ponto S (3; 4; 0);
- a reta v' contém o ponto T (- 5; - 3; 3);

Determina as projeções da reta i, de interseção do plano ψ com o Plano Horizontal de Projeção.

13 – Determina os traços do plano φ , de topo.

Dados:

- o plano contém o ponto S (1; 2; 6) e faz um ângulo de 55° (a. e.).

14 – Determina os traços do plano φ , vertical.

Dados:

- o plano contém a reta n definida pelos pontos A (3; - 4; - 1) e B (- 3; 5; 0).

15 – Determina os traços do plano ν , horizontal.

Dados:

- o plano contém o ponto L (3; 6).

16 – Determina os traços do plano φ , frontal.

Dados:

- o plano contém a reta v , vertical com 5 de afastamento.

17 – Determina os traços do plano π , de perfil.

Dados:

- o plano contém o ponto $T (-3; 5)$.

18 – Determina os traços do plano de rampa ρ .

Dados:

- o traço frontal do plano de rampa tem 8 de cota;

- o plano contém o ponto $A (3; 3; 4)$.

19 – Determina os traços do plano de rampa θ .

Dados:

- o plano contém a reta g , fronto-horizontal, com 4 de afastamento e 2 de cota e o ponto $T (3; 5)$.

20 - Determina os traços do plano de rampa ρ .

Dados:

- o plano está definido por 2 retas fronto-horizontais g e n ;

- a reta g contém o ponto $P (2; 1; 5)$;

- a reta n é do $\beta_{2/4}$ e tem 3 de cota.

21 – Determina os traços do plano de rampa θ .

Dados:

- o plano contém o ponto $L (2; 4)$ e faz um ângulo de 35° com o PHP;

- o traço horizontal do plano situa-se no semiplano horizontal anterior.

22 – Determina os traços de um plano oblíquo α .

Dados:

- o traço frontal do plano faz um ângulo de 45° (a. d.) e intersesta o eixo x num ponto com - 4 de abscissa;

- o plano contém o ponto $A (4; 3; 2)$.

23 - Determina os traços de um plano Ψ , oblíquo.

Dados:

- o plano está definido por uma reta d , de maior declive e tem as projeções paralelas entre si;

- o traço frontal da reta d tem 3 de abscissa e 6 de cota;

- a projeção horizontal da reta d faz um ângulo de 35° (a. d.).

24 - Determina os traços de um plano ω definido pelo ponto $M (0; 0; 0)$ e pela reta frontal f .

Dados:

- o traço horizontal da reta f tem 3 de abscissa e -4 de afastamento;

- a projeção frontal da reta f faz um ângulo de 70° (a. d.).

25 - Determina os traços de um plano φ sabendo que é paralelo ao $\beta_{2/4}$ e contém o ponto $A (0; 3; 1,5)$.

26 - Determina os traços de um plano δ definido por 2 retas, a e b , paralelas.

Dados:

- a reta a é do $\beta_{2/4}$, faz, em projeção frontal, um ângulo de 40° (a. d.) e intersesta o eixo x num ponto R com 3 de abscissa;

- a reta b contém o ponto $P (-2; 4; 2)$.

27 - Determina os traços de um plano γ definido por 2 retas, m e s , concorrentes no $\beta_{2/4}$.

Dados:

- a reta m é do $\beta_{1/3}$, cruza o eixo x num ponto com 4 de abscissa e faz em projeção frontal um ângulo de 65° (a. d.);

- a reta s é horizontal e faz um ângulo de 55° (a. e.) com o eixo x .

28 - Determina os traços de um plano de rampa ρ definido por 2 retas, g e d.

Dados:

- a reta g é fronto-horizontal, tem 6 de afastamento e pertence ao Plano Horizontal de Projeção;
- a reta d é oblíqua e é paralela ao $\beta_{2/4}$;
- a projeção horizontal da reta d faz um ângulo de 35° (a. e.).

29 - Determina os traços de um plano oblíquo α , definido por 2 retas, h e f.

Dados:

- a reta h é horizontal, pertence ao PHP e faz um ângulo de 60° (a. d.);
- a reta f é frontal, pertence ao PFP e faz um ângulo de 30° (a. e.).

30 - Determina os traços de um plano oblíquo ω definido por 2 retas de perfil paralelas, p e t.

Dados:

- a reta p contém os pontos A (2; 1; 6) e B de interseção da reta com o $\beta_{1/3}$, com 4 de cota;
- a reta t contém o ponto I, de interseção da reta com o $\beta_{2/4}$, com 5 de abscissa e 10 de cota.

31 - Determina as projeções de uma reta horizontal, n pertencente a um plano oblíquo ω .

Dados:

- o plano ω contém uma reta frontal f, que passa pelo ponto A (7; 5; 6) e faz um ângulo de 45° , de abertura para a direita, com o Plano Horizontal de Projeção;
- o plano intersesta o eixo x num ponto X, com abscissa - 4;
- a reta horizontal tem 2 de cota.

32 - Determina os traços de um plano oblíquo δ , definido por um ponto A (4; 2; 8) e por uma reta de perfil p.

Dados:

- a reta de perfil p contém os pontos B (0; -2; 8) e C (8; -2).

33 - Determina as projeções de uma reta frontal f contida num plano oblíquo β .

Dados:

- o plano oblíquo contém o ponto P (6; 1; -6) e uma reta horizontal, n;
- a reta horizontal faz, com o Plano Frontal de Projeção, um ângulo de 45° , de abertura para a direita, intersecando-o no ponto F, com abscissa nula e 4 de cota;
- a reta frontal, f, tem 3 de afastamento.

34 - Determina os traços do plano oblíquo φ que contém as duas retas r e s.

Dados:

- as retas são concorrentes no ponto Q, de abscissa nula, pertencente ao eixo x;
- a reta r contém o ponto R (2; -2; 2);
- a reta s contém o ponto S (9; 3; 3).

35 - Determina as projeções do ponto P (6, 3), contido no plano oblíquo θ .

Dados:

- o plano oblíquo é definido por um ponto X e pela reta horizontal, n;
- o ponto X pertence ao eixo x e tem 2 de abscissa;
- a reta horizontal contém o ponto A (0; 4; 6) e faz, com o Plano Frontal de Projeção, um ângulo de 45° , de abertura para a direita.

36 - Determina os traços, horizontal e frontal, do plano oblíquo γ .

Dados:

- o plano oblíquo é definido pelo ponto A (4; 2; 8) e pela reta de perfil p, passante;
- a reta de perfil p contém o ponto B (0; -2; 8).

37 - Determina as projeções da reta n, contida no plano oblíquo φ .

Dados:

- o plano é definido pelo ponto A (6; 2; 7) e pela reta r;
- a reta r contém os pontos B (0; 5; -5) e C (-4; -4; 4);
- a reta n é horizontal e é concorrente com a reta r no ponto C.

38 - Determina o ponto N, de concorrência dos traços do plano oblíquo Ψ com o eixo x.

Dados:

- o plano oblíquo é definido pelos pontos A (0; 7; -2), B (4; -8; 8) e C (-4; 4; 2).

39 - Determina as projeções da reta r, contida no plano oblíquo ω .

Dados:

- os traços do plano intersectam-se num ponto com 4 de abcissa e fazem ângulos de 45° com o eixo x, ambos de abertura para a esquerda;
- a reta r contém o ponto R, com 3 de afastamento e 4 de cota;
- a projeção frontal da reta r faz um ângulo de 60° com o eixo x (abertura para a direita).

40 - Determina os traços do plano oblíquo θ .

Dados:

- o plano é definido pela reta frontal f e pelo ponto A (-3; 2; 3);
- a reta f contém o ponto B (-7; 5; -5), e a sua projeção frontal faz um ângulo de 45° com o eixo x, de abertura para a esquerda.

41 - Determina os traços do plano oblíquo θ .

Dados:

- o plano contém as retas r e s, concorrentes no ponto N (7; 0; 0);
- a reta r contém o ponto R (0; 3; 4);
- o ponto S (0; 6; 2) pertence à reta s.

42 - Determina as projeções da reta horizontal r, contida no plano oblíquo ρ .

Dados:

- o plano é definido pelos pontos F (3; 0; 5), H (3; 2; 0) e P;
- o ponto P tem abcissa nula, 3 de cota e pertence ao bisetor dos diedros ímpares;
- a reta r intersecta o plano frontal de projeção num ponto, F, com 2 de abcissa.

43 - Determina as projeções da reta a, contida no plano oblíquo β .

Dados:

- o plano contém o ponto P (-3; -4; 5);
- o traço horizontal do plano beta faz um ângulo de 45° com o eixo x (abertura para a esquerda) e intersecta o mesmo eixo num ponto com -6 de abcissa;
- o traço horizontal da reta a tem 6 de afastamento, e o traço frontal tem 7 de cota.

44 - Determina as projeções da reta frontal f, contida no plano oblíquo γ .

Dados:

- o plano contém a reta horizontal h e o ponto A, com -4 de abcissa e 7 de cota, pertencente ao plano frontal de projeção;
- a reta h contém o ponto B (-2; 1; 3), e a sua projeção horizontal faz um ângulo de 45° com o eixo x (de abertura para a direita);
- o traço horizontal, H, da reta frontal f tem 6 de abcissa.

45 - Determina as projeções do ponto P, contido no plano oblíquo δ .

Dados:

- o plano contém a reta frontal f;
- a reta f contém o ponto A, com 2 de abcissa e 3 de afastamento, pertencente ao plano bisetor dos diedros ímpares;
- a projeção frontal da reta f faz um ângulo de 45° com o eixo x (de abertura para a esquerda);
- os traços do plano intersectam-se num ponto com -4 de abcissa;
- o ponto P tem 5 de cota e pertence ao plano bisetor dos diedros pares.

46 - Determina os traços do plano γ definido por duas retas, p e t.

Dados:

- a reta p é de perfil, é passante e contém o ponto L (0; 2; 6);
- a reta t é fronto-horizontal e é concorrente com a reta p no ponto L.

47 – Determina os traços do plano δ de que a reta r é uma das retas de maior declive.

Dados:

- a reta r é oblíqua, passa por $A(1; 2; 2)$, a sua projeção horizontal faz um ângulo de 45° (a. e.) e o seu traço frontal tem 7 de cota.

48 – Determina os traços do plano δ de que a reta a é uma das retas de maior inclinação.

Dados:

- a reta a é oblíqua, passa por $B(-2; 1; 4)$ e o seu traço horizontal tem 3 de abcissa e -2 de afastamento.

49 – Considera um plano θ , definido pelos seus traços, que são coincidentes. O traço horizontal do plano faz um ângulo de 35° (a. d.).

Desenha as projeções de uma reta r , passante, contida no plano que seja uma reta de maior inclinação do plano.

50 – É dado um plano oblíquo ψ , de traços coincidentes.

Dados:

- o traço frontal que faz um ângulo de 45° (a.d.).

Desenha as projeções de uma reta d , passante, pertencente ao plano e que faz, em projeção horizontal, um ângulo de 30° (a. d.) com o eixo X .

51 – É dado um plano de rampa, ρ , definido pelos seus traços.

Dados:

- o traço frontal tem 5 de cota e o horizontal tem 3 de afastamento.

Desenha as projeções de um ponto G , do plano com 3 de cota.

52 – Determina os traços do plano θ que está definido por uma reta a , do $\beta 2/4$, de maior declive do plano, que intersesta o eixo x num ponto com zero de abcissa e faz, em projeção horizontal, um ângulo de 40° (a. e.).

53 – Um plano δ está definido por 3 pontos: $A(5; 4; 2)$, $B(1; 0; 0)$ e $C(-2; 0; 0)$.

De que plano se trata?

54 – Um plano α está definido por duas retas de perfil, m e p , paralelas.

Dados:

- a reta m é do $\beta 1/3$ e contém o ponto $P(1; 0; 0)$;

- a reta p é paralela ao $\beta 1/3$ e contém o ponto $T(-4; 2; 5)$.

Determina os traços do plano.

55 – As retas a e b definem um plano Ψ .

Dados:

- a reta a é a reta de interseção do plano com o $\beta 1/3$, intersesta o eixo x num ponto de abcissa nula e faz, em projeção horizontal, um ângulo de 30° (a. d.);

- a reta b é frontal, pertence ao Plano Frontal de Projeção e faz um ângulo de 40° (a. d.).

Determina os traços do plano.

56 – Determina os traços do plano que está definido por 3 pontos.

Dados:

- o ponto A pertence ao Plano Horizontal de Projeção, tem 3 de abcissa e - 5 de afastamento;

- o ponto B pertence ao eixo x e tem -1 de abcissa;

- o ponto C pertence ao Plano Frontal de Projeção e tem 1 de abcissa e -6 de cota.

57 – Um plano oblíquo ω está definido pelos seus traços que intersestam o eixo x num ponto com abcissa nula e fazem ângulos de 70° (a. d.) e 30° (a. e.), respetivamente, o traço frontal e o traço horizontal.

Desenha as projeções de uma reta p , de perfil, passante, que pertença ao plano.

58 – Determina os traços de um plano φ definido pela reta i , de maior inclinação do plano.

- a reta i é do $\beta 2/4$ e faz, em projeção frontal, um ângulo de 75° (a. e.).

59 – Um plano λ está definido por duas retas, p e t, concorrentes no ponto A (0; 4; 1).

Dados:

- a reta p é de perfil e contém o ponto B (1; 6);
- a reta t é de topo. De que plano se trata?

60 – Determina os traços do plano δ definido por duas retas, g e r, concorrentes no ponto T, do β 2/4, com 5 de cota.

Dados:

- a reta g é fronto-horizontal;
- a reta r é de topo.

61 – Um plano θ está definido por 3 pontos, M, N e O: M (0; - 4; 1); N (-4; 0; 0); O (0; 4; 3).

Determina os traços do plano.

62 - Determina os traços do plano δ definido por duas retas, m e d.

Dados:

- a reta m tem as projeções paralelas entre si, contém o ponto E (3; 5) e faz, em projeção horizontal, um ângulo de 45° (a. e.);
- a reta d é do B1/3 e faz, em projeção frontal, um ângulo de 30° (a. e.).

63 – Desenha as projeções de uma reta g, passante, que pertence a um plano oblíquo σ , de traços coincidentes.

Dados:

- o traço frontal do plano faz um ângulo de 65° (a. e.);
- a projeção horizontal da reta g é perpendicular ao traço horizontal do plano.

De que reta se trata?

64 - Um plano φ está definido pela reta i, de interseção do plano com o B2/4.

Dados:

- a reta i faz, em projeção frontal, um ângulo de 40° (a. d.);
- o traço frontal do plano faz um ângulo de 30° (a. e.).

65 - Um plano μ está definido pela reta i, de interseção do plano com o B1/3.

Dados:

- a reta i faz, em projeção frontal, um ângulo de 20° (a. e.);
- o traço horizontal do plano é perpendicular à projeção frontal da reta i.

66 - Determina as projeções do ponto M, contido no plano oblíquo δ .

Dados:

- o plano δ contém a reta i, de maior inclinação do plano;
- a reta i contém o ponto I, com 2 de abcissa e 3 de afastamento, pertencente ao plano bisetor dos diedros pares;
- a reta i, tem as suas projeções perpendiculares entre si;
- a projeção frontal da reta i faz um ângulo de 45° (a. e.);
- o ponto M tem 1 de abcissa e pertence ao plano bisetor dos diedros ímpares.

67 - Determina as projeções do ponto E, contido no plano de rampa p.

Dados:

- os traços do plano p têm 4 de cota e 7 de afastamento;
- o ponto E tem - 4 de abcissa e pertence ao plano bisetor dos diedros ímpares.

68 - Determina os traços do plano oblíquo ω .

Dados:

- os traços do plano intersectam-se no eixo num ponto M com - 2 de abcissa;
- o plano ω está definido pelo traço horizontal e pela reta d;
- o traço horizontal do plano faz um ângulo de 40° (a. d.);
- a reta d tem as projeções paralelas entre si e é uma das retas de maior declive do plano.

69 - Determina os traços do plano oblíquo γ .

Dados:

- os traços do plano intersectam-se no eixo num ponto M com -2 de abcissa;
- o plano γ está definido pela reta p, de perfil, do B $1/3$ e pelo ponto A (2; 8; 3).